ÜSS-ÖYS-ÖSS-YGS-LYS SINAVINDA ÇIKMIŞ 2. - 3. Derece Denklemler ve Parabol SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ

2000-2012

www.ossmat.com

1966-1999 arasındaki soru ve çözümler için tıklayın

1.

$\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a}+4=0$ olduğuna göre, a kaçtır ?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) -2 D) -1 E) $\frac{-1}{2}$

2006 ÖSS1

Çözümünü Görmek için TIKLA

2.

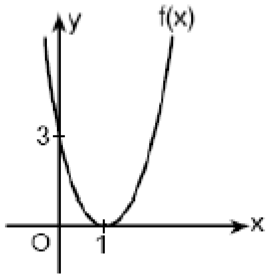
a pozitif bir gerçel sayı ve $a^4-2a^2=8$ olduğuna göre, a kaçtı

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2006 ÖSS

Çözümünü Görmek için TIKLA

3.



f (x) fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi, Ox eksenine (1 , 0) noktasında teğet olan ve (0 , 3) noktasından geçen paraboldür.

Buna göre, f (3) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 12

2006 ÖSS2

Çözümünü Görmek için TIKLA

4.

$(1-m)x^2+4x+m^2-4=0$ denkleminin biri pozitif, diğeri negatif iki gerçel kökü varsa m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir ?

A) $(1,\infty)$ B) $(-2,2)$ C) $(-1,0)\cup(1,\infty)$

D) $(-2,1)\cup(2,\infty)$ E) $(-2,0)\cup(1,\infty)$

2006 ÖSS2

Çözümünü Görmek için TIKLA

5.

$x^2-ax+16=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $\frac{1}{\sqrt{x_1}}+\sqrt{x_2}=5$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 17

2008 ÖSS2

Çözümünü Görmek için TIKLA

6.

$x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri m_1 ve m_2 dir.

Buna göre, aşağıdaki denklemlerden hangisinin kökleri $\frac{1}{m_1}$ ve $\frac{1}{m_2}$ dir?

A) $2x^2 - x + 4 = 0$ B) $2x^2 + x + 1 = 0$ C) $4x^2 + 2x - 1 = 0$

D) $4x^2 + 3x - 4 = 0$ E) $8x^2 - 3x + 4 = 0$

2009 ÖSS2

Çözümünü Görmek için TIKLA

7.

$y = x^2$ parabolü ile $y = 2 - x$ doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin sınırları üzerindeki (x, y) noktaları için $x^2 + y^2$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 25 B) 20 C) 17 D) 13 E) 10

2011 LYS1 Mat

Çözümünü Görmek için TIKLA

8.

$f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunun grafiği a birim sağa ve b birim aşağı ötelenerek $g(x) = x^2 - 8x + 14$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, $|a| + |b|$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2011 LYS1 Mat

Çözümünü Görmek için TIKLA

9.

$y = x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1$

2012 LYS

parabolü $y = 1$ doğrusuna teğet olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{-3}{2}$ B) $\frac{-3}{4}$ C) 0 D) 1 E) 2

Çözümünü Görmek için TIKLA

ÇÖZÜMLER

1.

$x = \frac{1}{a}$ olsun.

$\Rightarrow \quad x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x+2)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

$x = \frac{1}{a} = -2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{-1}{2}$

Soruya Geri DÖN

2.

$a^2 = t$ olsun. $a^4 - 2a^2 = 8 \quad \Rightarrow \quad t^2 - 2t - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad (t-4).(t+2) = 0$

$t + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = -2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = -2$ olamaz.

$t - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 4 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad |a| = 2 \quad \Rightarrow \quad a = \pm 2$

a pozitif bir gerçel sayı olduğuna göre $a = 2$ bulunur.

Soruya Geri DÖN

3.

Parabol denklemi $= f(x) = a.(x-r)^2 + k \quad \Rightarrow \quad (r\ ,\ k) = (1\ ,\ 0) \quad \Rightarrow \quad y = a.(x-1)^2$

$y = a.(x-1)^2 \quad \Rightarrow \quad (0\ ,\ 3)$ noktasını sağlar, $3 = a.(0-1)^2 \quad \Rightarrow \quad a = 3$ olur.

$y = a.(x-1)^2 \quad \Rightarrow \quad y = 3.(x-1)^2 \quad \Rightarrow \quad y = f(3) = 3.(3-1)^2 = 3.4 = 12$

Soruya Geri DÖN

4.

Kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1.x_2 = \frac{c}{a} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{m^2-4}{1-m} < 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 = 2\ ,\ m_2 = -2\ ,\ m_3 = 1$

m		-2		1		2	
m^2-4	+ + +	0	- - - - - - - - -		- - - - -	0	+ + + +
$1-m$	+ + +		+ + + + + +	0	- - - - - -		- - - - -
$\frac{m^2-4}{1-m}$	+ + +		- - - - - - - - - -		+ + + +		- - - - -

$\Rightarrow \quad (-2\ ,\ 1) \cup (2\ ,\infty)$ elde edilir.

Soruya Geri DÖN

5.

$x^2 - ax + 16 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1.x_2 = 16$

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{1+\sqrt{x_2}.\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_1}} = 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{1+\sqrt{x_2.x_1}}{\sqrt{x_1}} = 5 \quad \Rightarrow \quad 1+\sqrt{16} = 5\sqrt{x_1}$$

$$\Rightarrow \quad 1 + 4 = 5\sqrt{x_1} \quad \Rightarrow \quad 5\sqrt{x_1} = 5 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x_1} = 1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 1$$

$x^2 - ax + 16 = 0\ ,\ x_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 - a.1 + 16 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 17$ elde edilir.

Soruya Geri DÖN

6.

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1.m_2 = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\Rightarrow \quad m_1 + m_2 = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

Kökleri $\frac{1}{m_1}$ ve $\frac{1}{m_2}$ olan denklem $ax^2 + bx + c = 0$ olsun.

$$\frac{1}{m_1}.\frac{1}{m_2} = \frac{c}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{-4} = \frac{c}{a}$$

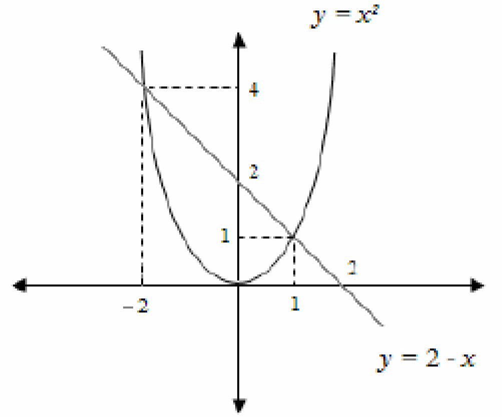
$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{-b}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{m_2+m_1}{m_1.m_2} = \frac{-b}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{-4} = \frac{-b}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad a.(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}) = 0 \quad \Rightarrow \quad a.(x^2 + \frac{1}{2}x + (\frac{-1}{4})) = 0$$

$\Rightarrow \quad a.(4x^2 + 2x - 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad 4x^2 + 2x - 1 = 0$ elde edilir.

Soruya Geri DÖN

7.



$y = x^2$ parabolü ile $y = 2 - x$ doğrusunun kesişim noktalarını bulalım.

$x^2 = 2 - x \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 2 = 0$

$\Rightarrow \quad (x + 2).(x - 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$

$\Rightarrow \quad x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

$x = -2$ ise $y = (-2)^2 \quad \Rightarrow \quad y = 4$

$(x , y) = (-2 , 4)$

$x = 1$ ise $y = 1^2 \quad \Rightarrow \quad y = 1$

$(x , y) = (1 , 1)$

$x^2 + y^2$ ifadesinin alabileceği en büyük değer : $(-2)^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

Soruya Geri DÖN

8.

I. Yol

$f(x) = x^2 - 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad f(x) = (x-1)^2 + 2$

$g(x) = x^2 - 8x + 14 \quad \Rightarrow \quad g(x) = (x-4)^2 - 2$

$y = x^2$ fonksiyonunun grafiği x ekseninin pozitif yönünde 1 birim ötelenirse,

$(x-1)^2$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

$y = x^2$ fonksiyonunun grafiği x ekseninin pozitif yönünde 4 birim ötelenirse,

$(x-4)^2$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

Buna göre, $a = 3$ olur.

$(x-1)^2$ fonksiyonunun grafiği y ekseninin pozitif yönünde 2 birim ötelenirse,

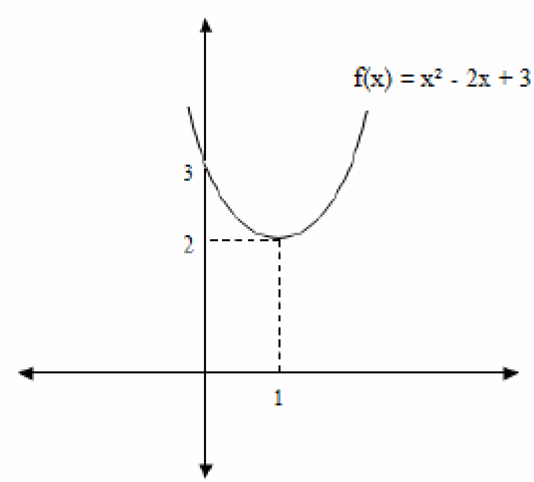
$(x-1)^2 + 2$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

$(x-4)^2$ fonksiyonunun grafiği y ekseninin negatif yönünde $|-2|$ birim ötelenirse,

$(x-4)^2 - 2$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

Buna göre, $b = 4$ olur.

$|a| + |b| = 3 + 4 = 7$ elde edilir.



II. Yol

$f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunun grafiği çizilirse,

Tepe noktası (r , k) olsun.

$$r = -\frac{(-2)}{2.1} \quad \Rightarrow \quad r = 1$$

$$k = f(r) \quad \Rightarrow \quad k = f(1) = 1 - 2 + 3 \quad \Rightarrow \quad k = 2$$

$(r , k) = (1 , 2)$

Eksenleri kestiği noktaları bulalım.

$x = 0$ için : $y = 3$

$y = 0$ için : $x^2 - 2x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 4 - 12 = -8 < 0$ gerçel kök yoktur.

Bu durumda eğri x eksenini kesmez.

$g(x) = x^2 - 8x + 14$ fonksiyonunun grafiği çizilirse,

Tepe noktası (r , k) olsun.

$$r = -\frac{(-8)}{2.1} \quad \Rightarrow \quad r = 4$$

$$k = f(r) \quad \Rightarrow \quad k = f(4) = 4^2 - 8.4 + 14 \quad \Rightarrow \quad k = -2$$

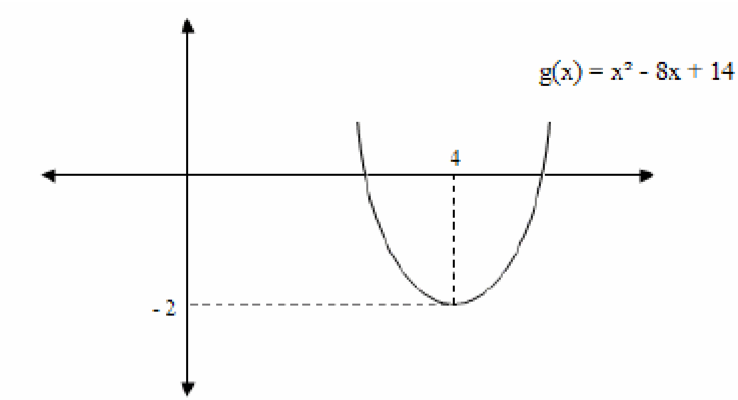
$(r , k) = (4 , -2)$

Eksenleri kestiği noktaları bulalım.

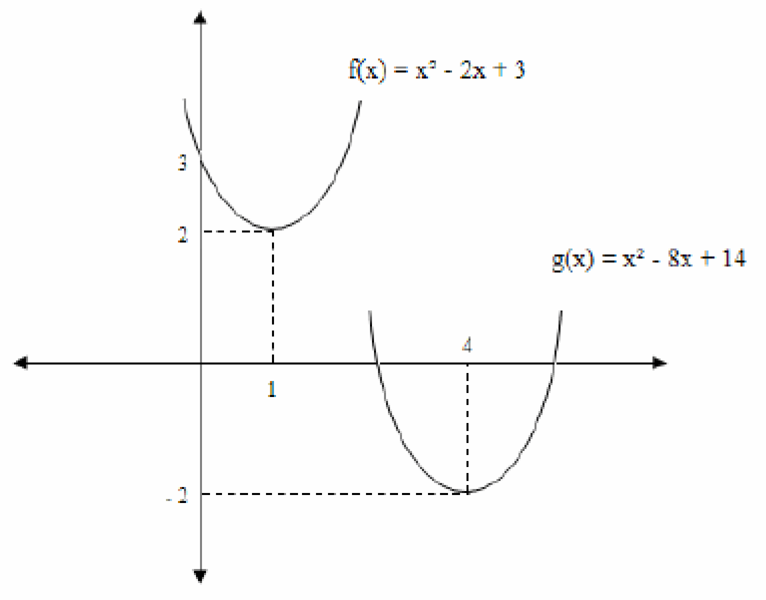
$x = 0$ için : $y = 14$

$y = 0$ için : $x^2 - 8x + 14 = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-8)^2 - 4.1.14 = 8 > 0$

Buna göre, x eksenini iki noktada keser.



Sonuç olarak



$f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunun grafiği 3 birim sağa ve 4 birim aşağı ötelenerek $g(x) = x^2 - 8x + 14$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, $|a| + |b| = 3 + 4 = 7$ elde edilir.

Not :

$f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonun grafiğinin çizilmesi

– Tepe noktasının koordinatları bulunur.

– Eksenleri kestiği noktalar bulunur ve grafik çizilir.

Not :

$f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki parabollerin

Tepe noktasının apsisi : $r = -\dfrac{b}{2a}$ dır.

Tepe noktasının ordinatı : $k = f(r)$ dir.

Not :

a , b , c birer reel (gerçel) sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$

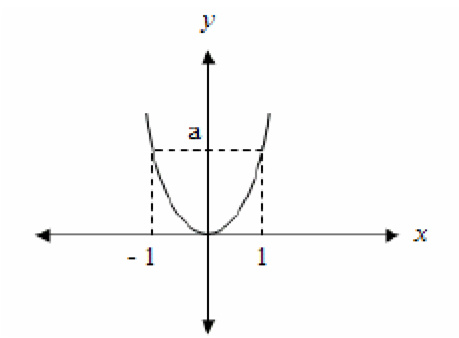
koşulu ile tanımlanan fonksiyonlara ikinci derece fonksiyonları denir.

$\mathrm{I} - f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$

$y = ax^2$ fonksiyonunun grafiği

x	$-\infty$	- 1	0	1	$+\infty$
y		a	0	a	

i)



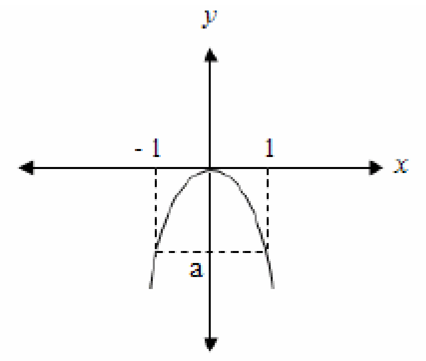
$a > 0$ ise

parabolün kolları y ekseninin pozitif yönündedir.

Fonksiyon en küçük değerini $x = 0$ da alır.

Fonksiyonun görüntü kümesi $f(R) = R^+ \cup \{0\}$ dır.

ii)



$a < 0$ ise

parabolün kolları y ekseninin negatif yönündedir.

Fonksiyon en büyük değerini $x = 0$ da alır.

Fonksiyonun görüntü kümesi $f(R) = R^- \cup \{0\}$ dır.

$II - f : R \to R$

$y = a.(x-r)^2$ fonksiyonunun grafiği

i) $r > 0$ ise $y = ax^2$ fonksiyonunun grafiği x ekseninin pozitif yönünde r birim ötelenir.

ii) $r < 0$ ise $y = ax^2$ fonksiyonunun grafiği x ekseninin negatif yönünde $|r|$ birim ötelenir.

$III - f : R \to R$

$f(x) = a.(x-r)^2 + k$ fonksiyonunun grafiği

Önce $y = ax^2$ fonksiyonunu grafiği, sonra $y = a.(x-r)^2$ grafiği çizilir.

$y = a.(x-r)^2$ nin grafiği

i) $k > 0$ ise y ekseninin pozitif yönünde k birim kadar ötelenir.

ii) $k < 0$ ise y ekseninin negatif yönünde $|k|$ birim kadar ötelenir.

$IV - f : R \to R$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği

Bu tür fonksiyonları $f(x) = a.(x-r)^2 + k$ biçimine getirerek grafiğini çizeriz.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a^2} + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$r = -\frac{b}{2a}$ ve $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ alınırsa, $f(x) = a.(x-r)^2 + k$ olur.

Soruya Geri DÖN

9.

$y = \underbrace{x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1}$ ve $y = 1$ eşitlenmiş

$=$

ve Teğet olduğundan $\Delta = 0$ uygularız.

$x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1 = 1$

$x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 2 = 0$

$a = 1 \quad b = -2(a+1) \quad c = a^2 - 2$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow [-2(a+1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 - 2) = 0$

$4(a^2 + 2a + 1) - 4a^2 + 8 = 0$

$\cancel{4a^2} + 8a + 4 - \cancel{4a^2} + 8 = 0 \qquad 8a + 12 = 0 \quad 8a = -12$

$\boxed{a = \frac{-3}{2}}$